**תורת החישוביות – הרצאה 9**

**תזכורת**

סיווג בעיות ב-

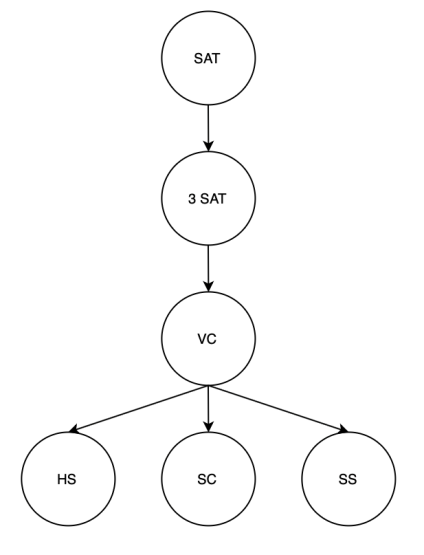
אם וגם – המשמעות: שפה ב- קשה לפחות כמו כל שפה אחרת ב-

**משפט:**

**טענה:** אם אז

**תכנית:** כל הנ״ל הן דוגמאות לשפות :

נוכיח בצורה ישירה את (בהרצאה הבאה) ואז בעזרת הוכחה זו נבנה הוכחות עקיפות



**בעיית הכיסוי לצמתים (Vertex Cover – VC)**

יהי גרף.

קבוצה תקרא כיסוי בצמתים עבור הגרף אם לכל מתקיים או (או שניהם).

נגדיר יחס

* חסום פולי׳
* ניתן לזיהוי יעיל–נבדוקאם ואז נבדוק אם כיסוי בצמתים של

נגדיר שפה

* לפי הגדרה

**משפט:**

- לא נוכיח כרגע

**דוגמא: בעיית הקבוצה המייצגת (Hitting Set - HS)**

קלט: טבעיים וקב׳

האם: קיימת קב׳ בגודל כך שלכל מתקיים

והשפה המתאימה:

**טענה:**

הוכחה:

1. ע״י היחס המתאים

חסום פולי׳

ניתן לזיהוי יעיל

2. נבחר את השפה שממנה נעשה רדוקציה

3. נראה :

ולכל נבנה קב׳ בגודל 2

מתקיים:

תקפות:

**דוגמא: בעיית הכיסוי בקבוצות (Set Cover – SC)**

קלט: טבעיים וקב׳

האם:הם קיימות בקלט כך ש-

והשפה המתאימה:

**טענה:**

הוכחה:

1. ע״י בניית מ״ט א״ד פולי׳ שמנחשת אינדקסים, מחשבת את האיחוד של הקבוצות המתאימות ובודקת אם האיחוד הוא כיסוי חוקי

2. נבחר את השפה שממנה נעשה רדוקציה

3. נראה :

ולכל צומת נתאים קבוצה

מתקיים:

תקפות:

**דוגמא:בעיית סכום תת-הקבוצה (Subset Sum – SS)**

קלט:טבעיים

האם:קיימת תת קבוצה כך ש- ?

**טענה:**

הוכחה:

נראה רדוקציה :

– מספר הקשתות בגרף

– מספר הצמתים בגרף

לכל :

לכל :

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

בכל עמודה יש 3 1׳ים – 1 עבור האלכסון של ו-2 עבור צמתי הקצוות של

מתקיים:

תקפות:

צ״ל

כיוון א׳:

ונראה איך לבנות שהוא פיתרון לבעיית ה- שבנינו.

נכניס ל- כל איבר שמקיים (נבחר איברים כאלו. לכן נקבל את צד שמאל )

בנוסף, לכל שמכוסה רק פעם אחת נוסיף גם את ל-

נוודא: הסכום הוא בדיוק

כיוון ב׳:

נניח ויהי פיתרון מתאים, ונראה איך לבנות כיסוי בגודל עבור .

לכל הוסף את ל- (חייב להיות אחד כזה לכל קשת, כי ה- תורם רק 1 מהאלכסון וצריך 2).

**דוגמא: בעיית החלוקה (Partition)**

קלט: טבעיים

האם: קיימת כך ש-?

**טענה:**

הוכחה:

נסמן: ונראה רדוקציה .

סכום כל המספרים הנ״ל

**דוגמא: בעיית האחסון בתאים/בעיות אריזה(Bin Packing - BP)**

קלט: טבעיים גודל תא , מספר תאים האם: ניתן לאחסן את כל האיברים ב- תאים